Sylvestre François Lacroix (1765-1843)

Calculated the motions of the planets by the age of 14.
In 1789 was to be with the Academie des Sciences but French Revolution ...
In 1793 he became examiner of the Artillery Corps, replacing Laplace.
1802 textbook *Traité élémentaire de calcul differéntiel et du calcul intégral*

Translated into English, basic text. The 1816 edition is in Alexander Library
Calculus based on notion of **limit**. (All functions are power series)

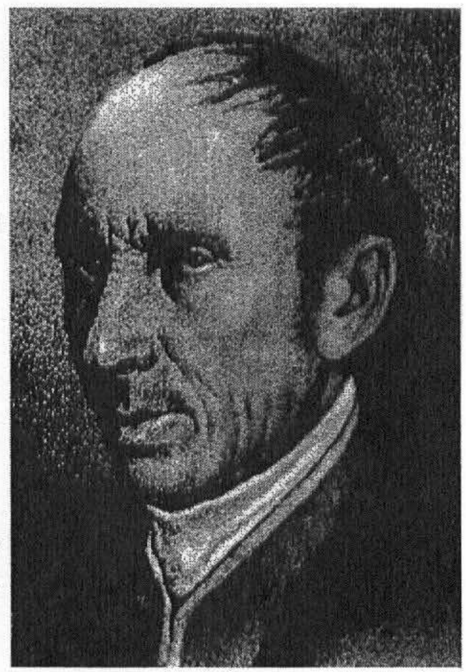
Concept of a function: *Every quantity whose value depends on one or more other quantities is called a function of these latter, whether one knows or is ignorant of what operation it is necessary to use to arrive from the latter to the first.*

Augustin Louis Cauchy (1789-1857)

Staunch royalist family, fled during French Revolution until 1796.
Cauchy was an Engineer 1807-1813, degree from l'École Nationale des Ponts et Chaussées
Worked on port facilities for Napolean's English invasion.
1813-1830 he was professor at the École Polytechnique,

but resigned rather than swear fealty to King Louis-Philippe

Rest of career in Torino (Italy)



Lagrange's method not rigorous, because of unjustified manipulations with power series. Cauchy discovered that the power series for $f(x)=\exp(-1/x^2)$ was zero, so during 1813-1821 he revisited the basis of Calculus.

In *Cours d'analyse* [of the Royal Ecole Polytechnique] (1821) Cauchy gave essentially the modern definition, in verbal form.

"If the successive values attributed to the same variable [y=f(x)] approach indefinitely a fixed value [L] such that finally they differ from it by as little as one wishes, this latter [L] is called the ***limit*** *of all the others."* Note that the role of x is suppressed and he is really talking about convergence of a sequence.

Cauchy's Definition: *"The function y=f(x) will be a* ***continuous function*** *of the variable x between two values [on an open interval (a,b)] if for each values of x between these limits, the numerical value (!) of the difference f(x+h)-f(x) decreases indefinitely with h. In other words, the function f(x) will remain continuous with respect to x in (a,b) if an infinitely small increment in x always produces an infinitely small increment of the [variable y]."*

LEÇONS

SUR

LES APPLICATIONS DU CALCUL INFINITÉSIMAL

A LA GÉOMÉTRIE;

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES, PROFESSEUR D'ANALYSE À L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR ADJOINT À LA FACULTÉ DES SCIENCES, MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR.

TOME PREMIER.

A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Chez DE BURE frères, Libraires du Roi et de la Bibliothèque du Roi, rue Serpente, n.° 7.

1826. W

PREMIÈRE LEÇON.

Inclinaison d'une Courbe plane en un point donné. Équations de la Tangente et de la Normale à cette Courbe.

CONSIDÉRONS une courbe plane représentée par une équation entre deux coordonnées rectangulaires x, y. Désignons par Δx, Δy les accroissemens simultanés que prennent x et y dans le passage d'un point à un autre. Menons par le point (x, y) un demi-axe parallèle à l'axe des x, et dirigé dans le sens des x positives. Enfin, concevons qu'un rayon vecteur mobile, appliqué d'abord sur ce demi-axe, tourne autour du point (x, y), avec un mouvement de rotation direct ou rétrograde, et s'arrête, après une ou plusieurs révolutions, dans une position telle qu'il coïncide alors avec la corde menée du point (x, y) au point $(x+\Delta x, y+\Delta y)$. Si l'on nomme ϖ l'angle qu'aura décrit le rayon vecteur, cet angle étant pris avec le signe $+$ ou avec le signe $-$ selon que le mouvement de rotation aura été direct ou rétrograde, il suffira, pour déterminer $\operatorname{tang}\varpi$, de remplacer, dans la seconde des formules (23) de la page 10, x par Δx, y par Δy, et p par ϖ. On aura donc

$$(1) \qquad \operatorname{tang}\varpi = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Si, de plus, on désigne par ξ, η les coordonnées variables de la corde ou sécante menée du point (x, y) au point $(x+\Delta x, y+\Delta y)$, on aura encore

$$(2) \qquad \frac{\eta - y}{\xi - x} = \operatorname{tang}\varpi,$$

et par suite

$$(3) \qquad \frac{\eta - y}{\xi - x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \qquad \text{ou} \qquad (4) \qquad \frac{\eta - y}{\Delta y} = \frac{\xi - x}{\Delta x}.$$